ROBERT PODKOŃSKI
Uniwersytet Łódzki

Studia Warmińskie
XXXVII (2000)

INFINITAS MATHEMATICORUM ET THEOLOGORUM. UJĘCIA NIESKOŃCZONOŚCI W KOMENTARZU DO *SENTENCJI* RYSZARDA KILVINGTONA

Początek średniowiecznych dyskusji na temat możliwości czy też sposobów istnienia nieskończoności wiązał się, jak w przypadku wielu innych problemów dyskutowanych przez filozofów scholastycznych, z przyswojeniem przez łaciński Zachód w trzynastym wieku pism filozoficzno-przyrodniczych Arystotelesa. „Naukowy" i całościowy charakter arystotelesowskiej filozofii przyrody, jak i autorytet samego filozofa, który uzyskał wcześniej dzięki swoim pismom logicznym, spowodował, że zaakceptowali ją niemal wszyscy myśliciele trzynastowieczni. Jednak nie każde z ustaleń Stagiryty dawało się pogodzić z obrazem świata zawartym w Piśmie Świętym. Jednym z elementów tego systemu, na który filozofowie chrześcijańscy nie chcieli się zgodzić, była doktryna wieczności świata. Arystoteles twierdził, a ponadto dowodził, że świat istnieje odwiecznie, a przecież Stary Testament mówi nam o jego początku. Filozofowie scholastyczni w celu wykazania fałszywości ustaleń Stagiryty w tym względzie wykorzystywali właśnie arystotelesowską koncepcję nieskończoności.

Według Arystotelesa w pełni zaktualizowana nieskończoność, czyli — jak ją określali filozofowie średniowieczni — *taka, od której nic nie może być większe*[1] — nie może nigdy zaistnieć. Na potwierdzenie tej opinii przywoływał on argumenty, w których — co godne uwagi — nieskończoność rozpatrywana była tylko jako wielkość fizyczna[2]. Wskazywał, dla przykładu, że każde ciało z definicji jest ograniczone powierzchnią, a zatem żadne ciało nie może być w powyższy sposób nieskończone, bowiem jedna i ta sama rzecz nie może być jednocześnie nieskończona i ograniczona przez coś innego[3]. Ponadto jego zdaniem: *Jest oczywiste, że nieskończone nie może istnieć aktualnie, bo wtedy jakakolwiek część nieskończonego wzięta oddzielnie byłaby również nieskończona*[4], a przecież całość nie może być równa swojej części. Arystoteles był przekonany, co można wywnioskować z przytoczonego powyżej zdania, iż — hipotetycznie rzecz ujmując

[1] J.E. Murdoch, Infinity and Continuity, w: The Cambridge History of Later Medieval Philosophy, red. N. Kretzmann, A. Kenny, J. Pinborg, Cambridge 1982, s. 567.

[2] G. Reale, Historia filozofii starożytnej, t. II, Lublin 1997, s. 448.

[3] Arystoteles, Fizyka, 204a–206a, ks. III, rozdz. 5, tłum. K. Leśniak, w: Arystoteles, Dzieła wszystkie, t. 2, Warszawa 1990, s. 73–77.

[4] Tenże, Metafizyka, 1066b, ks. K, rozdz. 10, tłum. K. Leśniak, w: Arystoteles, Dzieła wszystkie, s. 798. Tak samo wypowiadał się w Fizyce, zob. Arystoteles, Fizyka, 204a, ks. III, rozdz. 5, s. 73.

— wszystkie nieskończoności są równe. Przekonanie to podzielało wielu filozofów średniowiecznych, mimo, że niezbyt dawało się ono pogodzić z chrześcijańską wizją świata.

Arystoteles nie twierdził jednak, że termin „nieskończoność" nie posiada w ogóle desygnatów. Z podanej przezeń w *Fizyce* definicji kontinuum, która brzmi: *Przez kontinuum rozumiem to, co jest podzielne na części podzielne, tj. podzielne w nieskończoność*[5], wynika, iż jego zdaniem nieskończoność zawiera się w każdej wielkości ciągłej. Ponieważ jednak proces dzielenia tego rodzaju wielkości nigdy nie może zostać ostatecznie zaktualizowany, to zawarta w każdym kontinuum nieskończoność jest jedynie nieskończonością potencjalną. Przykładem nieskończoności potencjalnej jest również „liczba" (to znaczy ciąg liczb), bo — jak pisał Arystoteles — *zawsze może być pomyślana liczba większa od danej*[6]. Nieskończoność zatem istnieje potencjalnie, ale — co istotne — nie *w tym znaczeniu, że będzie kiedykolwiek aktualnie istniała oddzielnie*[7]. Przy takim rozumieniu nieskończoności łatwo pojąć dlaczego, według tego filozofa, wiązała się ona z niedoskonałością. W systemie filozofii Arystotelesa doskonałe mogło być tylko to, co osiągnęło pełnię swej bytowości. Nieskończoność natomiast, mając ze swej istoty zawsze *coś poza sobą*[8] takiej pełni nigdy nie osiągnie[9].

Nastanie chrześcijaństwa spowodowało radykalne odwrócenie tej perspektywy. Żaden z myślicieli średniowiecznych nie odważyłby się zaprzeczyć doskonałości Boga — istoty aktualnie nieskończonej. Co więcej, dopuszczenie istnienia wielkości nieskończonych aktualnie stało się konieczne przynajmniej przy rozważaniu relacji stworzeń do ich Stwórcy[10]. Problem istnienia nieskończoności jednakże — jak już mówiłem — pojawił się w pismach teologów średniowiecznych najpierw w kontekście dyskusji o wieczności świata.

Św. Bonawentura jako pierwszy wskazywał, że w rozważaniach Arystotelesa na ten temat kryje się pewna niespójność. Gdy bowiem zgodzimy się, że świat istnieje odwiecznie — argumentował — musimy się zgodzić na to, iż przyroda dopuszcza istnienie zaktualizowanych nieskończoności. Z wiecznością świata wszakże łączy się aktualnie nieskończony ciąg wydarzeń przeszłych[11]. Chociażby ilość nieśmiertelnych dusz, które pojawiłyby się na świecie w ciągu całego jego istnienia byłaby nieskończona aktualnie. Przeciw wieczności świata przemawiały również argumenty z dziedziny filozofii przyrody. Gdyby świat istniał odwiecznie, wskazywał Bonawentura, to liczba obrotów Księżyca wokół Ziemi byłaby nieskończona a jednocześnie dwanaście razy większa od, także nieskończonej, liczby obrotów

---

[5] A r y s t o t e l e s, Fizyka, 232b, ks. VI, rozdz. 2, s. 134.

[6] Tamże, 207b, ks. III, rozdz. 7, s. 81.

[7] A r y s t o t e l e s, Metafizyka, 1048b, ks. H, rozdz. 6, s. 761.

[8] T e n ż e, Fizyka, 207a, ks. III, rozdz. 6, s. 79.

[9] Tamże, s. 79–80; zob. także G. R e a l e, jw., s. 449.

[10] J.E. M u r d o c h, From Social into Intellectual Factors: an Aspect of the Unitary Character of Late Medieval Learning, w: The Cultural Context of Medieval Learning, Proceedings of the First International Colloquium of Philosophy, Science and Theology in the Middle Ages — September 1973, *Boston Studies in the Philosophy of Science* XXVI (1974), s. 301.

[11] J.M.M.H. T h i j s s e n, The Response to Thomas Aquinas in the Early Fourteenth Century, w: The Eternity of the World — In the Thought of Thomas Aquinas and his Contemporaries, red. J.B.M. W i s s i n k, Leiden – New York – København – Köln 1990, s. 85.

Słońca[12] — a przecież Arystoteles wyraźnie stwierdził, że wszystkie nieskończoności są równe. Bonawentura przyjął arystotelesowskie założenie, że wszystkie nieskończoności są równe, by wykazać fałszywość, sprzecznej z dogmatami wiary, tezy o wieczności świata, lecz samo to założenie stanowiło dla teologów istotny problem. Wszak wedle wiary niektóre ze stworzeń są w pewnym sensie bliżej Boga od innych, choć wszystkie są Odeń pod każdym względem nieskończenie odległe[13]. Pomimo takich wątpliwości większość filozofów scholastycznych przyjmowała arystotelesowski podział na nieskończoności aktualne i potencjalne. Zdarzały się jednak wyjątki.

Tworzący na przełomie wieków trzynastego i czternastego oxfordzki filozof Henryk z Harclay, rozważając problem wieczności świata, przywołał na początek wszystkie argumenty przeciw tej tezie, w których wykorzystano pojęcie nieskończoności. Między innymi rozważył także te, które przedstawił św. Bonawentura. Harclay jednakże uznał, że świat mógłby istnieć odwiecznie[14]. By utrzymać takie stanowisko, musiał wykazać, iż nieskończoność może istnieć aktualnie, a nadto, że nieskończoności mogą być nierówne. Wykorzystał do tego swoją koncepcję struktury wielkości ciągłych, która w zasadzie była powtórzeniem poglądów Roberta Grosseteste'a. Harclay twierdził, że wszystkie kontinua składają się z nieskończonej liczby nie posiadających wymiarów i niepodzielnych „atomów"[15]. Przy takim założeniu przykładem nieskończoności aktualnej staje się każdy byt zmysłowy. I chociaż człowiek nie jest w stanie wyróżnić ani policzyć tych „atomów", to Bóg to może zrobić na pewno[16]. Co więcej, nieskończoności nie muszą być równe, bo przecież: *więcej jest punktów w odcinku o długości dwóch stóp niż w odcinku o długości jednej stopy, a jednak w obu są one w nieskończonej liczbie*[17].

Kolejny czternastowieczny oxfordzki filozof Wilhelm Ockham wykazywał, tak samo jak Henryk z Harclay, że świat mógłby być wieczny wskazując na istnienie nieskończoności aktualnej w każdej wielkości fizycznej. Nie był on jednakże atomistą. Ockham przyjmował za Arystotelesem, że kontinuum jest podzielne w nieskończoność[18], lecz wbrew niemu twierdził, że nieskończoność ta jest aktualna. Skoro bowiem: *połowa jakiejś całości istnieje aktualnie w przyrodzie* — dowodził — *to z tego samego powodu połowa tejże połowy istnieje aktualnie i konsekwentnie jakakolwiek połowa istnieje aktualnie. Połówek zaś jest nieskończenie wiele, ponieważ nie można podać ich liczby; wynika z tego, że nieskończona*

[12] E. Gilson, Historia filozofii chrześcijańskiej w Wiekach Średnich, Warszawa 1987, s. 305.

[13] J.E. Murdoch, Mathesis in philosophiam scholasticam introducta, w: Arts Libéraux et philosophie au Moyen Âge, Actes du Quatrième Congrès International de Philosophie Médiévale, Montréal – Paris 1969, s. 240.

[14] Tenże, Henry of Harclay and the Infinite, w: Studi sul XIV secolo in memoria di Anneliese Maier, red.: A. Maierú i A. Paravicini Bagliani, Roma 1981, s. 224.

[15] Tamże, s. 220, 230; zob. także J.E. Murdoch, Infinity and Continuity, jw., s. 577.

[16] Zob. także J.E. Murdoch, Henry of Harclay, jw., s. 232; Tenże, Infinity and Continuity, jw., s. 583.

[17] Henryk z Harclay, Quaestio II: „Praeterea plura sunt puncta in quantitate bipedali quam in quantitate pedali, et tamen utrobique infinita", za: J.E. Murdoch, Henry of Harclay, jw., s. 240, przypis 49; zob. także: Tenże, Mathesis in philosophiam, jw., s. 223.

[18] R. Palacz, Ockham, Myśli i ludzie, Warszawa 1982, s. 165.

[liczba] *części istnieje aktualnie*[19]. Arystoteles wszelako nigdzie nie twierdził, że to, co może być dzielone w nieskończoność nie może istnieć — mówił tylko, że żaden człowiek nie mógłby zakończyć procesu dzielenia wielkości ciągłej. Ockham natomiast, zakładając, że Wszechmocny Bóg jest ograniczony tylko przez logiczną zasadę niesprzeczności[20], nie miał powodów by wątpić, że dopełnienie tego podziału nie stanowiłoby dla Boga problemu. Przykładem nieskończoności aktualnej staje się zatem dla Ockhama każdy proces, o którym wiemy, że może być przeprowadzany bez końca, jak podział kontinuum czy dodawanie liczb[21]. Ockham twierdził również, że nieskończoności nie muszą być sobie równe wskazując, że jedna nieskończoność może się zawierać w drugiej — wszakże część jakiejś wielkości ciągłej może również być dzielona w nieskończoność[22]. Nierówność nieskończoności ujmował on zatem w kategoriach „zbiór – podzbiór", inaczej niż Harclay, dla którego nieskończoności różniły się ze względu na ilość swoich elementów.

Ryszard Kilvington, którego koncepcję nieskończoności chcę obecnie przedstawić był jednym z pierwszych „Oxfordzkich Kalkulatorów"[23]. Mianem „Kalkulatorów" określa się tworzących w pierwszej połowie czternastego stulecia filozofów przyrody, którzy — po raz pierwszy w średniowieczu — wprowadzali do swoich pism zależności matematyczne, w postaci rachunku proporcji, wykorzystując je głównie dla opisu każdego rodzaju ruchu[24]. Powróćmy jednak do Kilvingtona.

Należącą do napisanego przez Ryszarda Kilvingtona około roku 1333 komentarza do *Sentencji* kwestię[25], która w całości poświęcona jest rozważaniom na temat

[19] W. Ockham, Expositio super libros Physicorum, VI, t. 79: „Item medietas alicuius totius existit actualiter in rerum natura, ergo eadem ratione medietas illius medietatis existit actualiter et per consequens quaelibet medietas existit actualiter. Sed medietates sunt infinitae quia non sunt in aliquo numero certo, igitur infinitae partes existunt actualiter", za: J.E. Murdoch, William of Ockham and the Logic of Infinity and Continuity, w: N. Kretzmann (red.), Infinity and Continuity in Ancient and Medieval Thought, New York 1982, s. 185, przyp. 50.

[20] J.E. Murdoch, From Social into Intellectual Factors, jw., s. 281.

[21] W. Ockham, Expositio, VI, t. 79: „Części kontinuum jest nieskończenie [wiele] ponieważ nie [można wyznaczyć ich] tyle, żeby nie [można było] więcej"; Za: J.E. Murdoch, William of Ockham, jw., s. 185, przyp. 50, tłum. autora niniejszego artykułu.

[22] Tamże, s. 171.

[23] Dawniej grupę tę określano mianem „Mertończyków" — od nazwy kolegium Merton, w którym większość z nich działała. Ponieważ jednak niektórzy spośród myślicieli przyjmujących te same metody logiczne i zainteresowania filozoficzne nigdy do tego kolegium nie należeli — tak jak Ryszard Kilvington, który związany był najprawdopodobniej z kolegium Oriel — E. Sylla postuluje, by nazywać ich „Kalkulatorami" — od przydomka jaki nadano Ryszardowi Swinesheadowi: Calculator; zob. E. Sylla, The Oxford Calculators, w: The Cambridge History of Later Medieval Philosophy, red. N. Kretzmann, A. Kenny, J. Pinborg, Cambridge 1982, s. 540–541; N. Kretzmann, The Sophismata of Richard Kilvington (Introduction), w: B.E. Kretzmann, N. Kretzmann (red. i wyd.), The Sophismata of Richard Kilvington. Introduction, Translation and Commentary. Auctores Britannici Medii Aevi XII, New York 1990, s. xxi–xxii, xxiv–xxv.

[24] E. Jung-Palczewska, Filozofia wieku XIV, w: Wszystko to ze zdziwienia. Antologia XIV-wiecznych tekstów filozoficznych, red.: E. Jung-Palczewska, Warszawa 2000, s. III–IV.

[25] Ryszard Kilvington, Utrum omnis creatura sit suae naturae creatis limitatibus circumscripta, articulus secundus: Utrum Deus possit aliquod infinitum creare, Ms. Vat. lat. 4353, ff. 39v–42r, fragment komentarza do Sentencji. Maszynopis tej kwestii otrzymałem od nieocenionej p. dr Elżbiety Jung-Palczewskiej. Zob. także: N. Kretzmann, jw., s. xxvi.

nieskończoności, rozpoczyna następująca teza: *jedna* [wielkość] *nieskończona może być większa od drugiej*[26]. Dla potwierdzenia tej tezy Kilvington przywołał trzy argumenty teologiczne, z których jeden, dla przykładu, brzmi: *Niepodobieństwo Boga do człowieka, który zgrzeszył jest większe niż było zanim* [ten człowiek] *zgrzeszył, a jednak w obydwóch wypadkach jest ono nieskończenie wielkie*[27]. Tezę, głoszącą nierówność nieskończoności, Kilvington oczywiście często wykorzystuje w dalszej części tej kwestii by potwierdzić bądź dowieść swoje twierdzenia. Rozważając kolejno nieskończoność pod względem wielkości, jakości i liczby, filozof ten wprowadził podział nieskończoności na nieskończoności *simpliciter* („po prostu") i nieskończoności *secundum quid* (tj. „pod pewnym względem"). Wydawać by się mogło, że podział ten jest odpowiednikiem tradycyjnego, zapożyczonego od Arystotelesa, scholastycznego podziału na nieskończoności aktualne i potencjalne. Wrażenie to może ponadto potęgować stwierdzenie Kilvingtona, że: *Bóg może uczynić coś nieskończonego „pod pewnym względem"* (...) *lecz nie mógłby uczynić czegoś nieskończonego „po prostu", co z każdej strony, wziąwszy pod uwagę wszystkie jego części — jeżeliby jakieś posiadało — byłoby nieskończone pod względem wielkości i pod względem jakości*[28]. Łatwo się domyślić, że zdaniem Kilvingtona nieskończony „po prostu" jest jedynie Bóg. Domysły te potwierdza także jeden z zawartych w analizowanej tutaj kwestii argumentów. *Chociaż całkowicie należałoby przyznać* — dowodził Kilvington — *że Bóg mógłby stworzyć cokolwiek nieskończonego w każdej mocy, to z tego nie wynika, iż* [to stworzenie] *byłoby Bogiem*[29].

Kiedy jednak zastanowić się głębiej nad przedstawianymi przez Ryszarda Kilvingtona argumentami dotyczącymi istnienia nieskończoności już to „pod względem wielkości", już to „pod względem jakości", czy wreszcie „co do liczby" zauważamy, że w każdym z nich przedstawiany jest przypadek nieskończoności zaktualizowanej. Weźmy chociażby jeden z argumentów przeciw istnieniu nieskończoności „pod względem jakości". Przywołana jest w nim paradoksalna sytuacja z nieskończenie ciężkim ciałem, które nie może zostać poruszone ani przez anioła, ani nawet przez Boga, chociaż każdy z nich posiada moc nieskończoną, ponieważ — zakłada Kilvington — ciało może zostać poruszone tylko wtedy, gdy siła przekracza opór. W tym wypadku zaś siła napędzająca (*potentia motiva*) jest równa sile oporu (*potentia resistiva*) tego ciała — obie są nieskończone. Bóg zatem mógłby stworzyć coś, czego nie byłby w stanie przesunąć[30]. Zanim przedstawię

[26] Ryszard Kilvington, Utrum Deus possit aliquod infinitum creare, f. 39v.: „Unum infinitum potest esse alio maius."

[27] Tamże: „Dissimilitudo Dei ad hominem post peccatum est maior quam fuerat ante peccatum et tamen utraque est infinita."

[28] Tamże, f. 41r: „Deus potest facere infinitum 'secundum quid' (...). Sed non possit facere 'simpliciter' infinitum quod undique secundum omnes suas partes quantitativas et qualitativas, si quas habet, foret infinitum."

[29] Tamże, f. 41v: „Licet omnino oporteat quod Deus possit facere aliquod infinitum in omni virtute, sic tamen quod in omni virtute foret infinitum 'secundum quid', potest concedi nec ex hoc sequitur quod esset Deus."

[30] Tamże, f. 40r: „Sit A angelus infinitae potentiae intensive et B grave infinitum intensive, tunc A non potest movere B, quia potentia motiva non excedet potentiam resistivam ipsius B. Sed Deus non est maioris virtutis ad movendum illud grave vel ipsum B quam iste angelus, cum sit infinitae potentiae, igitur Deus non potest movere B: et per consequens Deus non posset movere localiter quod posset creare."

rozwiązanie tego paradoksu zaproponowane przez Kilvingtona, chciałbym wskazać, że gdyby nieskończoność „pod pewnym względem" miała być odpowiednikiem arystotelesowskiej nieskończoności potencjalnej, to przedstawiona w przytoczonym powyżej argumencie sytuacja nie prowadziłaby do paradoksu. Wszak nieskończoność potencjalna jest właściwie bardzo dużą wielkością skończoną. Powróćmy jednakże do odpowiedzi Kilvingtona. Wykorzystując wypowiedzianą na samym początku swych rozważań tezę, iż jedna nieskończoność może być większa od drugiej, stwierdził, że nieskończona moc wspomnianego anioła, czy też Boga może być większa od siły oporu nieskończenie ciężkiego ciała[31].

O tym, że nieskończoność „pod pewnym względem" jest dla Kilvingtona nieskończonością aktualną, przekonują także inne spośród przywołanych przezeń w analizowanej tutaj kwestii argumentów. Dla przykładu, w jednym z argumentów dotyczących nieskończoności „pod względem wielkości" Kilvington wskazał, że Bóg mógłby powiększyć każdą z kolejnych części proporcjonalnych jakiegoś ciała (tj. części uzyskanych poprzez podział tego ciała na połowy, i jednej z tych połówek znowu na pół, itd.), do rozmiaru pierwszej części proporcjonalnej, wytwarzając w ten sposób ciało o wielkości nieskończonej. Kilvington oczywiście przyjął, że ilość części proporcjonalnych w dowolnej wielkości ciągłej jest nieskończona aktualnie, co jak pamiętamy, było głównym założeniem koncepcji nieskończoności Wilhelma Ockhama. Kilvington tak samo jak ten ostatni ujmował również nierówność nieskończoności — jako relację pomiędzy zbiorem i podzbiorem[32].

„Wzorcem" nieskończoności dla Kilvingtona stała się ilość części proporcjonalnych w kontinuum. Argumenty, w których ten „wzorzec" wykorzystał powodują, że jego koncepcja nieskończoności jest szczególnie interesująca. Najciekawszy, moim zdaniem, z nich przedstawia się następująco: *Załóżmy istnienie* [dwóch ciał równej wielkości] *A i B. Następnie wyróżnijmy po kolei części proporcjonalne* [tych ciał]. *Okazuje się, że każdej części proporcjonalnej jednego* [ciała] *odpowiada jedna część drugiego i na odwrót; i gdy nie stwarza się nowych części proporcjonalnych możliwe jest, by pierwszej części proporcjonalnej założonego* [ciała] *A odpowiadały dwie części proporcjonalne założonego* [ciała] *B, a mimo to każdej z pozostałych części proporcjonalnych* [ciała] *A odpowiadałaby jedna* pozostałych części] *założonego* [ciała] *B; i tak samo* [byłoby gdyby] *ktoś chciał założyć,* [że pierwszej części proporcjonalnej ciała A odpowiada] *dowolnie dużo* części propor-

[31] Tamże, f. 41v: „Licet utrumque sit infinitum sic 'secundum quid' unum tamen est vel esse posset maius alio, ut dictum est. Posito tamen gratia argumenti quod angelus et A grave forent aequalis potentiae non sequitur [quod] in infinitis istis sunt aequalis potentiae."

[32] Zobacz na przykład: tamże, ff. 39v–40r.: „Sit A 'secundum quid' infinitum terminatum ad B situm et sit C unum infinitum iuxtapositum A vel suppositum aequaliter sic quod C nec excedat nec excedatur. Et pono quod Deus corrumpat in prima parte proportionali alicuius temporis primam pedalem quantitatem de A et in secunda parte proportionali eiusdem [temporis] secundam pedalem et sic in infinitum, quod de C corpore corrumpat Deus quando corrumpit primam pedalem de A secundam de C et quando corrumpit secundam de A corrumpat quartam de C et sic quando tertiam de A sextam de C et sic in infinitum, ita quod alternae partes de C pedalis quantitatis maneant. Tunc in fine temporis totum A corrumpetur — probo, quia aliqua pars de A, si remanebit, distat infinite a B situ — et C non totaliter corrumpetur, sed remanente prima pedali quantitate in situ suo quo praefuit et aliae residuae remanent de C, igitur C est tantum quantum prius fuit."

cjonalnych ciała B][33]. Kilvington dokonał tutaj porównania dwóch zbiorów nieskończonych. Najpierw wykazał, że dwa zbiory nieskończone mają „tyle samo" elementów. Nieskończoności są zatem równe. Ale, jak wskazuje dalej, zbiory nieskończone są jednocześnie równoliczne, ze swoimi — również nieskończonymi — podzbiorami. Tę własność zbiorów nieskończonych stwierdził, jak się okazuje na nowo, dopiero pod koniec dziewiętnastego wieku matematyk Georg Cantor[34].

Mimo swej niewątpliwej oryginalności i nowoczesności poglądy Ryszarda Kilvingtona nie znalazły szerszego oddźwięku. Dla przykładu, współczesny Kilvingtonowi Tomasz Bradwardine[35] w swoim *Traktacie o kontinuum* nieskończoność *simpliciter* jednoznacznie określa jako nieskończoność aktualną, zaś nieskończoność *secundum quid* jako potencjalną[36]. Dla Kilvingtona zaś zarówno nieskończoność „po prostu" jak i „pod pewnym względem" były nieskończonościami aktualnymi.

Warto tutaj zwrócić uwagę na coś zupełnie innego. Otóż o ile Bonawentura, Harclay, a nawet — uznawany za jednego z bardziej reformatorskich filozofów średniowiecznych — Wilhelm Ockham, rozwijali swe koncepcje nieskończoności w celu potwierdzenia bądź udowodnienia twierdzeń teologicznych, o tyle w wypadku Ryszarda Kilvingtona sprawy mają się zupełnie inaczej. Mimo, że jego rozważania na temat nieskończoności znajdują się w dziele teologicznym — w komentarzu do *Sentencji*, to twierdzenia i dowody teologiczne pełnią tam taką samą rolę jak te, które możemy nazwać filozoficznymi, a nawet logicznymi — każde z nich może być wykorzystane w celu dowiedzenia lub obalenia omawianego w danej chwili przypadku. Komentarz do *Sentencji* Ryszarda Kilvingtona staje się w ten sposób świadectwem pierwszych, nieśmiałych prób uwolnienia filozofii przyrody od prymatu celów teologicznych; prób, dzięki którym zaczęła się ona powoli uwalniać od arystotelesowskiego obrazu świata i stawać nowożytną fizyką.

[33] Tamże, f. 41v.: „Sic est de proportionibus corporum aequalium infinitorum suppositorum, ut sint A, B — duo corpora aequalia et supponatur A, B. Tunc capiantur partes proportionales in A, B secundum progressionem. Et patet quod cuilibet parti proportionali unius correspondet una pars alterius et econtra, et sine alia generatione novae partis proportionalis est possibile quod primae parti proportionali ipsius A correspondent duae partes proportionales ipsius B et tamen cuilibet ceterarum proportionalium partium A correspondet una ipsius B et sic quantumcumque vis arguere, potest quis arguere in infinitum."

[34] H. Rasiowa, Wstęp do matematyki współczesnej, Warszawa 1975, s. 95.

[35] J.E. Murdoch. Thomas Bradwardine: Mathematics and Continuity in the Fourteenth Century, w: Mathematics and its Applications to Science and Natural Philosophy in the Middle Ages, Essays in Honor of Marshall Clagett, red. E. Grant, J.E. Murdoch, Cambridge University Press 1987, s. 104.

[36] Tomasz Bradwardine, Tractatus de continuo, def. 23: „Infinitum cathegorematice et 'simpliciter' est quantum sine fine"; def. 24: „Infinitum sinkathegorematice et 'secundum quid' est quantum finitum et finitum maius isto et finitum maius isto maiori et sic sine fine ultimo terminante; et hoc est quantum et non tantum quin maius", za: J.E. Murdoch, Thomas Bradwardine, jw., s. 120.

INFINITAS MATHEMATICORUM ET THEOLOGORUM. CONCEPTION OF INFINITY IN RICHARD KILVINGTON'S SENTENCES' COMMENTARY

SUMMARY

Richard Kilvington, one of the first „Oxford Calculators", counts among these medieval philosophers who rejected traditional Aristotelian distinction between actual and potential infinities. Although in the question *Utrum Deus possit aliquod infinitum creare* (belonging to his *Sentences'* commentary) he distinguishes between infinity *simpliciter* and *secundum quid*, both of them are actual. Infinity *simpliciter* characterises the divine being, while infinity *secundum quid* refers to creatures. Kilvington also opposed Aristotle, when — like Ockham — he assumed that the amount of proportional parts in any continuum is the example of actual infinity. Kilvington repeatedly used this amount as „the measure" of infinity.

Using the theological arguments as well as the philosophical ones, Richard Kilvington proved that infinities could be taken as unequal — which is contrary to Aristotle, too. This inequality is demonstrated as the „set — subset" relation. On the other hand, Kilvington showed that all infinite sets have the same number of elements. Furthermore, he discovered the proper attribute of the infinite sets: that any infinite set has as many elements as its infinite subsets. This attribute of the infinite sets was later noticed — not for the first time, as it has turned out — by the mathematician Georg Cantor at the end of the 19^{th} century.

Richard Kilvington's question can be also taken as the evidence of the first attempts that ultimately released natural philosophy from the priority of theological purposes. In Kilvington's *Sentences'* commentary, in contrast to his earlier writings, theological proofs and statements perform the same roles as the philosophical arguments — each of them is used in order to prove (or to refute) the case considered at the moment.